RETRY_2.1　長さℓ = 5 m,直径d = 2.54 cmの鋼製丸棒が，P = 50 kN の引張荷重を受けて Δℓ = 2.4 mm の伸びを生じた。この棒に生ずる応力σとこの材料のヤング係数Eを求めよ。　Ans　98.7 MPa, 20.6×10^4 MPa

【解答】　生ずる応力σ，ひずみεは

$$\sigma = \frac{4P}{\pi d^2}, \quad \varepsilon = \frac{\Delta \ell}{\ell}$$

フックの法則から

$$\varepsilon = E\sigma$$

となり、これらの式より、ヤング係数Eは

$$\therefore \quad E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{\sigma \ell}{\Delta \ell}$$

となる。

ℓ= 5 m=5×10^3mm，d = 2.54 cm =2.54×10mm，P = 50 kN=5×10^4N，Δℓ= 2.4 mmを代入する。

生ずる応力σは

$$\sigma = \frac{4P}{\pi d^2} = \frac{4 \times 5 \times 10^4}{\pi (2.54 \times 10)^2} = \frac{4 \times 5 \times 10^4}{\pi \times 2.54^2 \times 10^2} = 0.9868 \times 10^2 = 98.68 \quad 98.7MPa$$

となる。ヤング係数Eは

$$E = \frac{\sigma \ell}{\Delta \ell} = \frac{98.68 \times 5 \times 10^3}{2.4} = 205.6 \times 10^3 = 2.06 \times 10^5 \quad MPa$$

となる。

APPLI._2.1　長さℓ = 5 m,直径d = 2 cmの鋼製丸棒が，P = 24.5 kN の引張荷重を受けている。伸びΔℓを求めよ。 ヤング係数E＝20.6×10^4 MPaとする。

Ans 1.89mm

【解答】

$$\Delta \ell = \frac{P\ell}{AE} = \frac{P\ell}{(\pi d^2/4)E} = \frac{4P\ell}{\pi d^2 E}$$

$P = 24.5kN = 2.45 \times 10^4 N, \ell = 5m = 5 \times 10^3 mm, d = 2cm = 2 \times 10,$

$E = 20.6 \times 10^4 MPa = 2.06 \times 10^5 MPa$を代入

$$\Delta \ell = \frac{4P\ell}{\pi d^2 E} = \frac{4 \times 2.45 \times 10^4 \times 5 \times 10^3}{3.142 \times (2 \times 10)^2 \times 2.06 \times 10^5} = \frac{4 \times 2.45 \times 10^4 \times 5 \times 10^3}{3.142 \times 2^2 \times 10^2 \times 2.06 \times 10^5} = \frac{4 \times 2.45 \times 5 \times 10^7}{3.142 \times 2^2 \times 2.06 \times 10^7}$$

$$= 1.893 \quad 1.89mm$$

RETRY_2.2　軟鋼棒に引張荷重Ｐ = 50 kN が作用し, 材料の引張強さσ_u =400 MPaのとき，安全係数ｎ= 3 として許容応力σ_aと安全な径ｄを計算せよ。

Ana 133MPa,21.9mm

【解答】

許容応力$\sigma_a=\sigma_u/n$であり、σ_u=400MPa = 4×10^2 MPa, n=3 を代入して

$\therefore \sigma_a=\sigma_u/n=4\times10^2/3 = 1.333\times10^2 = .133$ MPa

生ずる引張応力σとおくと、応力の式と安全なための条件

$$\sigma = \frac{4P}{\pi d^2} \quad , \quad \sigma \leqq \sigma_a \quad \text{から}$$

$$\frac{4P}{\pi d^2} = \frac{\sigma_u}{n}$$

$$\therefore \quad d^2 = \frac{4Pn}{\pi \sigma_u}$$

Ｐ = 50 kN=5×10^4 N,　σ_u =400 MPa=4×10^2,　n= 3 を代入して

$$d^2 = \frac{4Pn}{\pi\sigma_u} = \frac{4\times5\times10^4\times3}{\pi\times4\times10^2} = 4.775\times10^2$$

$$\therefore \quad d = 2.185\times10 \quad mm \quad 21.9 \quad mm$$

次のように、σ_aを用いても結果は同じである。

$$\sigma = \frac{4P}{\pi d^2} \quad , \quad \sigma \leqq \sigma_a \quad \text{から}$$

$$\frac{4P}{\pi d^2} = \sigma_a$$

$$\therefore \quad d^2 = \frac{4P}{\pi\sigma_a}$$

APPLI._2.2　鋼製の直径ｄの軸が引張荷重Ｐを受ける。材料の強度として降伏応力σ_y = 250 MPa，安全係数ｎ = 3 、ｄ= 14 mm のとき、負荷できる安全な最大荷重Ｐを計算せよ。

Ans　12.8kN

【解答】

負荷できる最大荷重をP_{max}とおくと

生ずる応力は$\sigma = \dfrac{4P_{max}}{\pi d^2}$,　$\sigma_a = \dfrac{\sigma_y}{n}$, 設計条件は, $\sigma \le \sigma_a$であるので

$$\frac{4P_{max}}{\pi d^2} = \frac{\sigma_y}{n}$$

$$\therefore P_{max} = \frac{\sigma_y \pi d^2}{4n}$$

$\sigma_y = 250MPa = 2.5\times10^2$, $d = 14mm = 1.4\times10$　, $n = 3$を代入して

$$\therefore \qquad P_{max} = \frac{\sigma_y \pi d^2}{4n} = \frac{2.5\times10^2\times3.142\times(1.4\times10)^2}{4\times3} = \frac{2.5\times3.142\times1.4^2\times10^4}{4\times3}$$

$$= 1.2823\times10^4 \qquad 12.8kN$$

RETRY_2.3

d=2.54cm, Δd= 0.014mm, ℓ= 60 cm, Δℓ= 0.11 cm の場合にポアソン比νを計算せよ。

Ans.0.301

【解答】

d=2.54cm=2.54×10mm, Δd= 0.014mm=1.4×10^{-2}, ℓ= 60 cm=6×10^2 mm,
Δℓ = 0.11 cm=1.1 mm を代入し

$$\nu = \frac{\Delta d/d}{\Delta\ell/\ell} = \frac{\Delta d\cdot\ell}{\Delta\ell\cdot d} = \frac{1.4\times10^{-2}\times6\times10^2}{1.1\times2.54\times10} = \frac{1.4\times6}{1.1\times2.54\times10} = 0.301$$

APPLI._2.3　直径d = 2.50 cm, 長さℓ= 500 mm の鋼製の棒が引張荷重を受け, Δℓ= 0.08 cm 伸びた。ポアソン比ν = 0.3 のとき, 直径の変化量Δd cm を計算せよ。

Ans 1.2×10^{-3} cm

【解答】

式(2.7)から, ポアソン比　$\nu = \varepsilon'/\varepsilon$,　$\varepsilon = \Delta\ell/\ell$,　$\varepsilon' = \Delta d/d$　であるから

$$\nu = \frac{\Delta d/d}{\Delta\ell/\ell} \qquad \therefore \quad \Delta d = \nu\left(\frac{\Delta\ell}{\ell}\right)d$$

$\nu = 0.3$, $\Delta\ell = 0.08$cm, $d = 2.5$cm, $\ell = 500$mm $= 50$cm を代入して,

$$\Delta d = \nu\left(\frac{\Delta\ell}{\ell}\right)d = \frac{0.3\times0.08\times2.5}{50} = \frac{3\times8\times2.5\times10^{-3}}{5\times10} = 12\times10^{-4} = 1.2\times10^{-3}\,cm$$

＊この場合荷重は関係ないので、長さは「cm」でそろえた。